

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение лицей**

**Кафедра математики и информатики**

**Методическая работа**

**ВОПРОСЫ СОДЕРЖАНИЯ ИНТЕГРИРОВАННОГО  
КУРСА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ  
В СТАРШИХ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ**

**Выполнил учитель математики,  
кандидат педагогических наук, доцент  
Павлов Андрей Николаевич**

**2017г.**

1. Процессы информатизации общества и интеграции наук диктуют необходимость развития межпредметных связей в учебном процессе, широкого использования новейших информационных технологий. Анализ исследований различных авторов показывает наличие большого опыта, накопленного в нашей стране и за рубежом, по решению данных проблем в процессе обучения школьников, в том числе математике.

2. Стремительное развитие прикладной математики и информатики, с одной стороны, и новая парадигма образования с другой стороны, предопределяют необходимость перехода от обучения математике с использованием информационных технологий к качественно новой форме взаимодействия математики и информатики - интегрированным курсом. Данная, исторически назревшая форма интеграции предполагает системно-методологическое единство двух учебных предметов, направленное не только на формирование внутридисциплинарных знаний, умений и навыков, а прежде всего - на формирование целостной картины мира и целостной личности.

3. Данная форма интеграции математики и информатики предполагает новые методы и формы учебного процесса (интегрированные уроки, их серии, актуализация метода проектов и т.д.), способствующие целостному подходу к решению задач прикладного характера, реализации всей «технологической цепочки» от постановки проблемы, составления математической модели через подбор методов и алгоритмизации к компьютерному эксперименту и анализу результатов.

4. Ядром интегрированного курса математики и информатики должны быть прикладная математика и программирование. Это связано с тем что:

а) прикладная математика и программирование вбирают в себя общий категориальный (понятийный) аппарат математики и информатики;

б) прикладная математика и программирование содержат в себе общую технологию - математическое моделирование объектов различной природы;

в) прикладная математика и программирование позволяют обучать школьников не только конкретным моделям тех или иных процессов, но и ведущим математико-компьютерным методам составления таких моделей. Это особенно важно для математических классов.

5. Для математических классов в содержание интегрированного курса следует включить такие разделы, как: теория множеств, системы счисления, теория погрешности, математическая логика, информация и ее кодирование, теория графов, теория алгоритмов, теория матриц, численные методы решения алгебраических уравнений и их систем, интерполирование, численное дифференцирование и интегрирование, решение дифференциальных уравнений, комбинаторика, теория вероятностей и математическая статистика, компьютерная геометрия, математическое программирование, математическое моделирование, компьютерное программирование.

При этом курс должен реализовываться не только на уроках, но и в различных формах внеурочной деятельности (исследовательская работа, олимпиады и конкурсы, творческие лагеря и т.д.).

6. Обязательными условиями реализации интегрированного курса математики и информатики являются:

а) наличие соответствующего аппаратного и программного обеспечения;

б) единое тематическое планирование учителей математики и информатики;

в) наличие необходимого уровня квалификации учителей математики и информатики, предусматривающего не только требуемую систему знаний и умений, но и навыки творческой исследовательской работы.

7. Реализация интегрированного курса в полном объеме возможно только в рамках перестройки содержания математического образования, исходя из возрастающей роли прикладной математики и междисциплинарных знаний. Имманентное включение данных вопросов в школьную программу должно быть осуществлено уже в начальном звене обучения, а сам интегрированный курс математики и информатики должен рассматриваться как элемент новой системы межпредметных связей, построенной на принципах личностно-ориентированного и развивающего обучения.

8. Интегрированный курс математики и информатики в старших математических классах способствует формированию целостного научного мировоззрения школьников, развитию у учащихся современной информационной культуры, углублению знаний по двум учебным предметам. Как показывают результаты проведенного педагогического эксперимента, интегрированный курс эффективно развивает все виды мышления школьников, основные психологические свойства личности, нацеливает старшеклассников на выбор профессий, связанных с прикладной математикой и наукоемкими информационными технологиями. Реализация интегрированного курса уменьшает нагрузку учащихся, что особенно актуально при современном состоянии здоровья школьников.

9. Интегрированный курс выступает не только как методическая система формирования когнитивных, креативных и оргдеятельностных качеств выпускника школы в строгом соответствии с новой парадигмой образования, но и как ресурс для решения жизненно важных проблем школы, города (села) и т.д., связанных с созданием баз данных и знаний, моделей и прогнозов процессов различной природы (экологических, демографических, социальных, информационных и т.д.).

**Рассмотрим вкратце таблицу, показывающую движение информатики и математики друг к другу.**

### Информатика

проблемы автоматизации производства	→	факультативный курс по кибернетике и
-------------------------------------	---	--------------------------------------

		информатике
↓		↓
появление компьютеров в школе, необходимость обеспечения компьютерной грамотности	→	учебный курс «Основы информатики и вычислительной техники»
↓		↓
информатизация общества	→	информатика как общеобразовательная дисциплина, использование информационных технологий в обучении
↓		↓
переход к информационному обществу, интеграция знания, необходимость формирования целостной личности	→	интеграция информатики и других образовательных областей (интегрированные курсы)

## Математика

подготовка к жизни и труду	→	усиление прикладной направленности в обучении математике
↓		↓
появление калькуляторов и больших ЭВМ	→	программированное обучение
↓		↓
появление компьютеров и курса «ОИВТ»	→	обучение математике с использованием информационных технологий
↓		↓
развитие прикладной математики и информатики, интеграция знания, необходимость формирования целостной личности	→	интегрированный курс

На основе данного сближения нами была разработана программа курса для физико-математических классов.

## **Программа курса «Прикладная математика» в математических классах**

### Теория множеств.

Понятие множества. Подмножества. Операции над множествами. Законы алгебры множеств. Отношения. Отношения эквивалентности и порядка. *Декартово произведение множеств. Теория множеств и функции. Понятие о нечетких множествах.*

### Системы счисления.

Системы с различными основаниями. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Двоичные системы счисления и ЭВМ.

### Теория погрешностей.

Понятие погрешности. Виды погрешностей (неточность измерения, погрешность метода, погрешность вычислений). Абсолютная и относительная погрешности. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Погрешность суммы, разности, произведения и частного. Округление чисел в ЭВМ. Накопление погрешностей.

### Математическая логика.

Высказывания. Операции над высказываниями (дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквиваленция, отрицание, *штрих Шеффера и стрелка Пирса*), сведение одних операций к другим. Истинностные таблицы. Законы исчисления высказываний и их связь с законами теории множеств. Формулы исчисления высказываний и принцип двойственности. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы и их применение для синтеза схем. Введение в исчисление предикатов. *Понятие о  $k$ -значной, счетнозначной и континуумзначной логике.*

### Информация и ее кодирование.

Информация. Задачи теории информации. Количество информации и энтропия. Характеристики сигнала. Проблемы описания информационных объектов. Этапы кодирования и декодирования. Виды кодирования. *Теоремы Шеннона.*

### Теория графов.

Понятие графа. Виды графов. Геометрическое представление конечных графов. И-или-граф и его значение в информатике. Деревья, их виды. Иерархическая структура. Сеть как обобщение понятия графа. *Сеть Петри в информатике.*

### Теория алгоритмов и логические основы ЭВМ.

Основные понятия теории алгоритмов. Свойства алгоритмов. Линейный алгоритм, ветвление, цикл. *Рекурсивные функции. Вычисляемые функции. Суперпозиция, примитивная рекурсия и минимизация. Машинные коды и их преобразование. Машина Тьюринга. Нормальный алгоритм Маркова. Основные понятия теории языков и формальных грамматик. Введение в теорию автоматов.* Логические структуры ЭВМ. Способы представления алгоритмов в ЭВМ. Языки программирования как методы кодирования алгоритмов.

### Теория матриц.

Матрица, ее элементы. Виды матриц. Транспонированная и обратная матрицы. Действия над матрицами. Свойства матриц. Определитель матрицы, способы его вычисления. Миноры и алгебраические дополнения. Матричная запись систем уравнений. Нахождение обратной матрицы. Действия с  $n$ -мерными массивами.

### Решение алгебраических уравнений и их систем.

а) линейные системы уравнений.

Классификация методов решения (точные методы, методы последовательных приближений). *Сущность точных методов (метод квадратного корня, ортогонализация или окаймление).* Методы Гаусса и Крамера, реализация их на компьютере. Итерационные методы, рассмотрения одного из них (например, метода Зейделя или метода наискорейшего спуска), простота их реализации на ЭВМ. Понятие о сходимости методов.

б) нелинейные уравнения.

Постановка задачи и выбор корней. Метод деления отрезка пополам, метод простой итерации, их реализация на ЭВМ.

в) системы нелинейных алгебраических уравнений.

Постановка задачи. Метод простой итерации.

### Интерполирование.

Обобщенный многочлен и система функций Чебышева. Постановка задачи интерполирования. *Алгебраическое, тригонометрическое и экспоненциальное интерполирование.* Рассмотрение одного из алгебраических методов интерполирования на ЭВМ (например, полинома Лагранжа).

### Численное дифференцирование и интегрирование.

Ряд Тейлора. Разложение функции в ряд Тейлора. Подходы к численному дифференцированию функции в точке. Постановка задачи численного интегрирования. Правило трапеций, правило Симпсона, их реализация на ЭВМ.

### Численное решение дифференциальных уравнений.

Постановка задачи Коши. Нахождение частного решения дифференциального уравнения одним из методов (например, методом ломаных (Эйлера)).

## Комбинаторика.

Основные понятия. Перестановки. Размещения. Сочетания. Бином Ньютона.

## Теория вероятностей и математическая статистика.

События. Виды случайных событий. Вероятность события. Геометрические вероятности. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Случайные величины. Дискретные и непрерывные величины. *Распределение случайной величины, график функции распределения.* Числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение). *Различные виды распределения, нормальное распределение.* Основные задачи математической статистики.

## Задачи компьютерной геометрии.

Ближайшие точки. Изображения  $n$ -мерных объектов на экране дисплея. Конструирование и движение геометрических объектов. Распознавание образов. *Диаграммы Воронова. Задачи начертательной геометрии. Фракталы. Сети Штеннера. Элементы теории протекания и т.д.*

## Математическое программирование и теория принятия решений.

Исследование операций (принятие решений). Задачи целочисленного программирования. Линейное программирование. *Квадратичное программирование.* Многокритериальные задачи (задачи оптимизации). Стохастические задачи (на примере систем массового обслуживания). Имитационное моделирование. Основные задачи теории групповых решений и теории игр. Задачи прогнозирования.

## Математическое моделирование и компьютерное программирование.

Понятие модели. Виды моделей. Методика построения моделей. Корректность моделей. Выбор методов при составлении алгоритмов. Выбор языка программирования. Вычислительный эксперимент и его анализ.

## Зачетные работы

### Часть 1

*(контрольная работа, часть 1 проходила в компьютерном классе после уроков, время 2 часа) Представляем один из вариантов.*

1. *Высота  $h$  и радиус основания  $R$  цилиндра измерены с точностью до 0,5%. Какова относительная погрешность при вычислении объема цилиндра?*
2. *Дана система уравнений:*

$$\begin{cases} 4x - y + 4z = 0 \\ x + 5y - 2z = 3 \\ -x + 8y - 2z = 1 \end{cases}$$

Не пользуясь компьютером, решить данную систему

а) методом Гаусса;

б) методом Крамера;

в) методом обратной матрицы;

3. Собственным значением квадратной матрицы  $A$  назовём такое число  $\lambda$ , что  $\det(A - \lambda E) = 0$ , где  $E$  – единичная матрица. Таким образом, если матрица  $A$  имеет размер  $n \times n$ , то  $\det(A - \lambda E) = 0$  есть уравнение  $n$ -ой степени относительно  $\lambda$ . Множество всех собственных значений матрицы  $A$  называется спектром матрицы  $A$ .

Используя компьютерную программу по нахождению корней уравнения (она находится в папке QBRUS), определить спектр матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Интерполяционный многочлен  $L_n(x)$  степени не выше  $n$  по системе алгебраических многочленов  $1, x, x^2, \dots, x^n$  можно задать по формуле Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\omega(x)}{(x-x_k)\omega'(x_k)} f(x_k), \text{ где } x_k - \text{узел интерполяции, а } \omega(x) = \prod_{k=0}^n (x-x_k)$$

Функция  $f(x)$  задана таблицей:

X	0	1	2	5
f(x)	2	3	12	147

Вычислите  $f(3)$ . Проверьте полученный результат, используя компьютерную программу (lagr.bas или lagr.pas)

5. Вычислите

$$\int_0^2 \frac{\sin x}{x} dx \text{ с точностью до } \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}.$$

6. Известно, что два бычка могут прокормиться на лугу в течении 8 дней. Решите три задачи:

а) Предположим, что трава на лугу не растёт. Сколько дней на лугу прокормятся 4 быка? Если затрудняетесь с ответом – сбегайте к второклассникам.

б) Теперь предположим, что трава на лугу растёт. Дано: 2 быка могут прокормиться на лугу 8 дней, 3 быка – 4 дня. Сколько дней могут прокормиться 5 быков (задача Ньютона)?

в) Усложняем. Предположим, что трава растёт, но её ежедневный прирост пропорционален конечной массе травы. Найти закон роста травы при данных задачи б).

### Часть 2.

(Проходит в классе по математике, время – 2 часа).

1. В одном дворе живут 4 друга. Вадим и шофёр старше Сергея; Николай и слесарь занимаются боксом. Электрик – младший из друзей; но вечером Антон и токарь играют в домино против Сергея и электрика. Определите профессию каждого из друзей.

2. Известно, что 0,01% населения больны туберкулёзом. Если человек проводит флюорографию, то в 1% случае машина ошибается, причём в любую сторону – здорового может назвать больным, а больного – здоровым. Вы пришли делать флюорографию, не имея ни малейшего понятия, больны Вы или здоровы. Машина поставила Вам диагноз: «Вы больны». Какова вероятность, что Вы действительно больны? Какой вывод Вы можете сделать после полученного вами сенсационного ответа?

3. Упростите выражение (из теории множеств):

$$(A \cap B \cap C \cap \bar{x}) \cup (\bar{A} \cap C) \cup (\bar{B} \cap C) \cup (C \cap X).$$

4. Участок цеха выпускает изделия двух видов. На одно изделие I вида расходуется 5 кг меди и 1 кг алюминия, а на одно изделие II вида 3 кг меди и 2 кг алюминия. От реализации одного изделия I вида участку начисляется прибыль 200 руб., а от реализации одного изделия II вида – 300 руб. Сколько изделий каждого вида должен выпускать участок, чтобы получить наибольшую сумму прибыли, если на участке имеется 45 кг меди и 16 кг алюминия?

5. У филателиста есть 8 разных марок на космическую тему и 10 разных марок на спортивную тему. Сколькими способами он может наклеить 3 марки первого вида и 3 марки второго вида в альбом на 6 пронумерованных мест?

6. Дана таблица относительных частот:

А – 0,062	К – 0,028	Ф – 0,002
Б – 0,014	Л – 0,035	Х – 0,009
В – 0,018	М – 0,026	Ц – 0,004
Г – 0,013	Н – 0,053	Ч – 0,012
Д – 0,025	О – 0,090	Ш – 0,006
Е,ё – 0,072	П – 0,023	Щ – 0,003
Ж – 0,007	Р – 0,040	Ы – 0,016
З – 0,016	С – 0,045	Ь,ь – 0,014
И – 0,062	Т – 0,053	Э – 0,003
Й – 0,010	У – 0,021	Ю – 0,006
		Я – 0,0018

Пользуясь этой таблицей, расшифруйте текст:

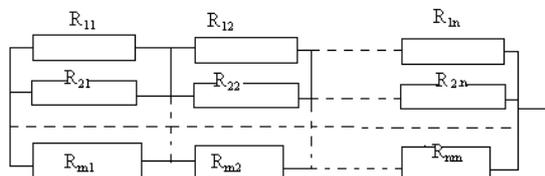
Цярснсмщи ямякзж онкдждм мд снкыйнгкю онгрсямнбнцмщф йпойзоснвпялл  
мнб гптвзф рктцяюф нм ркнемдд

Сформулируйте правило, по которому был зашифрован текст (шифр Цезаря).

### Часть 3.

(проходит в компьютерном зале, время 3 часа)

1. Составьте на Бейсике или Паскале программу изображения на экране многоэтажных домов с различным числом этажей и секций.
2. Дана схема:



Все сопротивления  $R_{ij} = 1$  Ом. Найти общее сопротивление цепи. Вывести соответствующую рекуррентную формулу и реализовать её на ЭВМ.

3. Для  $N$  точек на плоскости, заданных случайным образом, решить следующую задачу: найти три точки, образующие треугольник с наибольшей площадью. Привести постановку задачи, метод решения, алгоритм и программу.
4. Предложите модель, алгоритм и программу траектории движения шара по бильярду при учёте потери скорости после ударов о стенки.
5. Дан текст. Напечатать новый текст, в котором поменять на обратный порядок буквы каждого  $k$ -ого слова, сохранив все остальные слова неизменными.
6. Напишите программу умножения целых чисел в  $n$ -ричной системе счисления.

### Часть 4.

(творческое задание на дом, срок – 2 недели)

Каждому старшекласснику даётся индивидуальное задание, в котором надо смоделировать некоторый процесс, написать соответствующий алгоритм и реализовать его на Паскале. Вот лишь некоторые задания:

1. Клеточные автоматы.
2. Раскраска карты.
3. Автоматическое форматирование текста.
4. Швейцарская система шахматных турниров.
5. Эвристическое составление головоломки.
6. Автоматическое построение лабиринтов.
7. Расчёт доходов.
8. Сжатие файла.
9. Моделирование машины Тьюринга.
10. Игра в крестики-нолики на бесконечной доске.
11. Узоры.
12. Учёт расхода бензина.
13. Моделирование движения на автостраде.
14. Арифметические вычисления с высокой точностью.

Вот как, например, выглядит одно из самых сложных заданий по работе с массивами «Клеточный автомат».

Жизнь – это многоклеточное сообщество, населяющее пустыню. Пустыня представляет собой квадратную решётку, каждая ячейка которой вмещает одну клетку жизни. Мерой течения времени служит смена поколений жизни, приносящая в колонию клеток смерть и рождение.

Чтобы проследить за историей развития колонии, разместить в пустыни клетки жизни в их начальном положении. Смена поколений происходит по следующим правилам:

- 1) соседями клетки считаются все клетки, находящиеся в восьми ячейках, расположенных рядом с данной по горизонтали, вертикали или диагонали;
- 2) если у некоторой клетки меньше двух соседей, она погибает от одиночества. Если клетка имеет больше трёх соседей, она погибает от тесноты;
- 3) если рядом с пустой ячейкой окажется ровно три соседние клетки жизни, то в этой ячейке рождается новая клетка;
- 4) гибель и рождение происходит в момент смены поколений; таким образом гибнущая клетка может способствовать рождению новой, но рождающаяся клетка не может воскресить гибнущую, и гибель одной клетки, уменьшив локальную плотность населения, не может предотвратить гибель другой.

Так, например колония  $\begin{matrix} & & x & \\ & & & \\ & & & \end{matrix}$  превращается в следующее поколение  $\begin{matrix} & & x & \\ & & & \\ & & & \end{matrix}$ , а колония  $\begin{matrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{matrix}$

$\begin{matrix} xx \\ xx \end{matrix}$  вообще не меняется.

Напишите программу, моделирующую колонию жизни. Исходными данными служит начальное расположение клеток, а в качестве результата нужно получить вид сверху первых  $n$  поколений колонии.

Кстати: колония может всё время расти, непрерывно меняя своё расположение, форму и число клеток. Но в подавляющем большинстве случаев колония становится стационарной, начиная циклически повторять один и тот же конечный набор состояний.

В качестве начальной колонии возьмите следующую:

XXXXXX XXXXXX XXXXXX

Проследите первые 10 поколений. Зрелище невообразимое!

### **Задачи по программированию в рамках интегрированного курса математики и информатики.**

Пояснения.

Задачник состоит из 12 разделов:

1. Числовые множества.
2. Точечные множества и графики.
3. Системы счисления.
4. Погрешность вычислений.
5. Кодирование.
6. Матричные задачи.
7. Численные методы.

8. Интерполирование.
9. Численное дифференцирование и интегрирование.
10. Задачи стохастического характера.
11. Геометрия.
12. Разные задачи.

Внутри каждого раздела задачи поделены на три группы: А, Б и В.

Группу А составляют базовые задачи, обязательные для рассмотрения на уроках информатики в рамках интегрированного курса.

В группе Б представлены задачи, рекомендуемые для домашних работ и факультативных занятий.

Группа В содержит дополнительные задачи для творческих работ учащихся и их подготовки к олимпиадам по информатике.

Заметим также, что проработка задач группы А и Б гарантирует хорошие навыки для успешного решения вступительных заданий в высшие учебные заведения по информатике на факультеты “Прикладная математика”, “Компьютерные науки” и т.д.

#### **Список использованных источников**

1. Боженкова Л.И. Преподавание математики в старшей профильной школе [Текст] / А.Н. Тернопол, Л.И. Боженкова. – Математика в школе, 2010. – № 4. – С. 63 – 65.
2. Мардахаева Е.Л. О некоторых резервах повышения качества обучения учащихся математике [Текст] / Е.Л. Мардахаева. – Современное общество, образование и наука: сборник научных трудов по материалам Международной заочной научно-практической конференции 25 июня 2012 г. (г. Тамбов): в 3 частях. Часть 3; Мин. образования и науки РФ. Тамбов: Изд-во: ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2012. – С. 87 – 89.
3. Захарова Т. Б. Профильная дифференциация обучения информатике на старшей степени школы. М., Международный центр научно-технической информации, 2013.
4. Кузьмин, О. В. Некоторые проблемы организации довузовской научной работы учащихся. / Проблемы учебного процесса в инновационных школах, Иркутск, 2014, с 6-10.
5. Пак Н. И. Компьютерное моделирование в примерах и задачах. Учебное пособие, Красноярск, КГПУ, 2015.
6. Семенов А. Л. Математическая информатика в школе. / Информатика и образование, 2015, №5, с 54-58.